

Dokumentet är från sajtsidan Matematik: <http://www.leidenhed.se/matte.html>
som ingår i min sajt: <http://www.leidenhed.se>

Ny matematisk oändlighet

Detta är en noggrann och omfattande omarbetning av dokumentet *Oändligt ny matematik*.
Upplägget är omstrukturerat. Några tankemissar är rättade. En del är bortstädad, annat är
nyttillkommet.

Den vedertagna oändligheten bygger dels på felaktig grund och dels på sammanblandning av
två olika matematiksystem.

Den här omarbetningen ersatte sin föregångare 2020-10-25.
Senaste eventuella mindre ändringar anges via dateringen i sidfoten.

Del 1 sid 2

Talet goox introduceras som exempel på ofattbart stora ändliga tal.

Del 2 sid 3 - 5

Den väsentliga delen.

Del 3 sid 6

Reella tal i korthet.

Del 4 sid 7 - 8

Tankegrador.

Del 5 sid 9

Från punkt till oändlighetsgeometri.

Del 6 sid 10

Ett sorgligt slut.

Del 1. goox

Min $M(a)$ -funktion genererar enormt stora heltal. En växande följd av tal skapas enligt mallen $a, b = a^a, c = b^b, d = c^c, \dots$, där a är första talet t_1 , b är andra talet t_2 , c är t_3 , d är t_4 , ...

$M(n)$ väljer t_n som slutmål: $M(1)$ väljer t_1 , $M(2)$ väljer t_2 , $M(3)$ väljer t_3 , och så vidare.

$a = 1$ ger $M(1) = t_1 = 1$.

$a = 2$ ger $M(2) = t_2 = 4$. ($a=2, b = 2^2 = 4$).

$a = 3$ ger $M(3) = t_3 = 27^{27}$. ($a=3, b = 3^3 = 27, c = 27^{27}$).

$a = 4$ ger $M(4) = t_4 = ?$. ($a=4, b = 4^4 = 256, c = 256^{256}, d = c^c = ?$).

Accelerationen mot stora värden är brutal, redan när a växer ytterst blygsamt.

$a = 10$ ger $M(10) = ??$. $t_1 = 10, t_2 = 10^{10}, t_3 = 10000000000^{10000000000}, \dots, t_{10} = ??$
Jämför "lilla" t_3 i $M(10)$ med googol nedan.

Talet *googol* = 10^{100}
= 10000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000
000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000.

Googol är väldigt stort. Antag att vi har en kub med ungefär samma volym som vårt kända universum. Antag vidare, att vi har en liten kub med sidlängden en tiotusendels millimeter. Det betyder, att det får plats 10000 sådana kuber i rad på en enda millimeter. Om vi tätpackar hela universumkuben med de där små kuberna, är deras antal ungefär googol stycken.

Talet *googolplex* = 10^{googol} är en etta följd av googol stycken nollor.

Beräkna nu talet $M(\text{googolplex})$. $t_1 = \text{googolplex}$. $t_2 = \text{googolplex}^{\text{googolplex}}$. Det sökta talet finns lååååånt därborta på plats $t_{\text{googolplex}}$. Lycka till med uträkningen! Jag ger talet namnet **g_{oox}**. Observera att **g_{oox}**, trots sin sanslösa storlek, är ett ändligt heltal, alltså ej oändligt. Ännu mer snabbväxande är $^a b$, t. ex. $^4 2 = 2 \wedge (2 \wedge (2 \wedge 2)) = 65536$. ($m \wedge n = m^n$)
Eller $^3 3 = 3 \wedge (3 \wedge 3) = 3 \wedge (3^3) = 3 \wedge 27 = 3^{27}$ som hamnar nära 8 000 000 000 000.



Nu är storhetsvansinnet nära! Jag ser dubbelt!
Goox är bara första trappsteget!
Nästa är ändliga $M(\text{g_{oox}})$ eller kanske rentav $(\text{g_{oox}} + 13)^{\text{g_{oox}}}$.

Men...
Varför når jag ändå inte oändligheten?

Del 2. Den väsentliga delen

Här presenteras oändlighetsgrunden. Senare delar ger mer ”kött på benen”. Jag håller mig till icke-negativa tal och utgår från Peanos ursprungliga axiomgrupp som definierar ett godtyckligt naturligt tal. Det första är 1. Därefter kommer 2, 3, 4, 5,

En vedertagen matematisk definitionen av oändligt:

Det som inte är ändligt är oändligt.

Kommentar:

Det som inte är normalt är onormalt.

Vi har två sorters matematik. Den *normala* är den, som de flesta av oss är uppvuxna med. Den andra är den *onormala*, som hör ihop med det oändliga.

Mängden $\{1, 2, 3\}$ är ändlig (3 element).

Mängden $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ innehåller ”...” som här betyder ”utan slut”. Den är därmed inte ändlig och enligt nämnda definition oändlig. Men $\{1, 2, 3, \dots\}$ innehåller enbart unika, naturliga tal som vart och ett utan undantag styrs av normal matematik. Detta utesluter onormal matematik vilket i sin tur förkastar mängden som oändlig. Mängden är ändlös men inte oändlig. Definitionen ovan haltar!

Sammanfattning:

Mängden naturliga tal är varken ändlig eller oändlig.
Den är ändlös och innehållet lyder under samma matematik som den ändliga mängden, alltså den normala matematiken.

Inga naturliga tal påverkas av inledande nollor, så 00170 är 170.

Nu tar jag mängden N och läser varje elements *siffror* baklänges utan att ta bort nu uppkomna inledande nollor. De är i det följande sammanhanget relevanta. Dessutom adderar jag ”0,” framför framför det bakvända talet. Sifferkombinationen 170 i N ger kombinationen **0,071**.

Denna ”omvända” N -mängd kallar jag D . När jag nu jämför mängderna N och D , skriver jag

D -elementen utan inledande ”0,”. $D = \{1, 2, 3, \dots\}$ representerar $D = \{0,1, 0,2, 0,3, \dots\}$.

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, \dots\}$.

$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 01, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 02, 12, 22, 32, 42, 52, \dots\}$.

Varje element i D identifierar sin motsvarighet i N genom spegelvändning. Varje D -element är ett äkta decimaltal (äkta, när det inleds med ”0,”). Precis som N är D ändlös men inte oändlig. Antalet äkta decimaltal är därför ändlöst men inte oändligt. Decimaltalen lyder undantagslöst under normal matematik.

Kommentar: Ett äkta decimaltal skall efter kommatecknet innehålla minst en siffra $\neq 0$.

Ett rationellt tal består av ett naturligt tal eller ett äkta decimaltal eller summan av de båda.

Ex: 31 eller 0,0475 eller 31,0475.

Gränsvärde

En monotont växande eller avtagande följd av talvärden har antingen ett *uppnåeligt slutvärde* eller ett *ouppnåeligt gränsvärde*.

Exempel, där n är ett växande naturligt tal:

$1/n$ ger 1, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, ... som sjunker mot *gränsvärdet* 0.
 n ger 1, 2, 3, 4, 5, ... som stiger mot *gränsvärdet* ∞ .

Ett gränsvärde utmärks bland annat av, att det saknar minst en egenskap som alltid gäller tillräckligt långt bort i den genererande följd. Så är talen i 3, 2, 1, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, ... från och med $1/2$ allihop äkta decimaltal. Det är inte gränsvärdet 0. Ett par andra egenskaper är, att alla tal i följd kan halveras till ett mindre eller dubbleras till ett större. Det kan inte 0.

Varje gång man använder ett gränsvärde som ett slutvärde, gör man formellt fel.

π med sin ändlösa följd av decimaler har sitt gränsvärde någonstans i intervallet (3, 4) eller skarpare (3,141592, 3,141593) eller Värdet hos π är inte själva gränsvärdet, bara gränslöst nära, eftersom decimalföljden aldrig når fram till sitt gränsvärde.

Kommentar:

Ingen decimal som adderas i π -decimalföljden sänker decimaltalets värde, så vi har en monoton växande talföljd. Om den tar slut eller fortsätter med enbart nollor, har vi ett (uppnåeligt) slutvärde, annars ett (ouppnåeligt) gränsvärde.

Falsk ändlös decimaldel

Varje decimalföljd som går över i cyklisk upprepning (0,3181818...) ser ut att vara ändlös, men det beror enbart på valet av talbas (vår vanliga bas är 10), alltså hur vi namnsätter ett värde. Exempel:

$(7/22)_{\text{bas } 10} = (0,3\underline{18}1818\dots)_{\text{bas } 10}$, och $(7/22)_{\text{bas } 22} = (0,7)_{\text{bas } 22}$. Bas 22 ger *slutvärdet* 0,7. $(0,3\underline{18}1818\dots)_{\text{bas } 10}$ och $(0,7)_{\text{bas } 22}$ är exakt samma värde som bara har olika "namn".

Den nya oändligheten

Den vedertagna definitionen av oändligt reviderar jag så här:

Oändligt är ett gränsvärde som saknar talvärde.

Beteckningen *oändligt* stämmer enbart för de båda gränsvärdena ∞ och 0, med andra ord *det ouppnåeligt stora* respektive *lilla*.

Varje gränsvärdesgenererande följd, där gränsvärdet har ett talvärde, är i sig själv aldrig oändlig, bara ändlös och lyder därför under normal matematik.

0 och ∞ är endast *markörer* för icke-existenser (= saknar talvärde). De positiva, reella talen är inspärrade mellan 0 och ∞ . Bortom talen, uppåt eller nedåt, finns med andra ord ingenting! Alla räkneoperationer på 0 och ∞ är meningslösa.

Den gamla oändligheten kan återuppstå

Vi människor/datorer klarar inte att hantera det ändliga, när detta far iväg tillräckligt långt bort från vår upplevda värld (jämför med goox). Därför skapar jag nu extremt stora/små intervall som får representera den tänkta stora/lilla oändligheten. Jag håller mig till icke-negativa, reella tal och gör så här:

Det finns ett naturligt tal T , vars värde sätts efter behov.

Ett rationellt tal begränsas uppåt av heltalsvärdet 10^T och nedåt av det äkta decimaltalsvärdet 10^{-T} . Skillnaden mellan två olika rationella tal kan aldrig bli mindre än 10^{-T} .

Detta ger oss två öppna oändlighetsintervall.

Det oändligt stora: $(10^T, \infty)$.

Det oändligt lilla: $(0, 10^{-T})$.

Enskilda värden kan aldrig urskiljas i dessa intervall. Här gäller onormal matematik som hanterar intervall som helheter – aldrig nere på nivån normala tal.

Ett irrationellt tal är ett rationellt tal + intervallet $(0, 10^{-T})$.

I det slutna intervallet $[10^{-T}, 10^T]$ återfinns de rationella talen med sina unika värden. De ligger spridda så, att avståndet mellan två godtyckliga av dem enligt ovan är $\geq 10^{-T}$. Genom att kombinera ett rationellt tal R med intervallet $(0, 10^{-T})$ skapar vi en oändlig mängd irrationella tal, som alla har en gemensam rationell del R . Glappet mellan R och närmast högre rationella tal R_+ på tallinjen fylls upp av ett intervall av storleken $(0, 10^{-T})$.

Så länge vi undviker de irrationella talens intervalldel, har alla tal i intervallet $[10^{-T}, 10^T]$ unika värden och då gäller normal matematik.

Utan begränsande T -värde existerar de båda oändlighetsintervallen inte. Alla våra tal ligger då i det öppna intervallet $(0, \infty)$ som rationella tal. Normal matematik regerar. Till detta kommer förstås speglingen negativa tal. Men där väntar nya inskränkningar, om man inte vill riskera att hamna bland de komplexa talen. Men det är en annan historia.

Slutord

Bertrand Russel-citat: All exakt vetenskap domineras av idén om approximationer.

Den välkända fysikprofessorn Ulf Danielsson skriver (avkortat) i en bok:

”Men att säga att något är oändligt är bara ett annat sätt att säga att något är väldigt, väldigt, väldigt stort. Det är i alla bemärkelser *tillräckligt* stort.”

Vid utbildningar där matematisk oändlighet berörs, kan man välja hanterbart små T som förklaringsbakgrund. Så ger $T = 3$ att rationella tal begränsas till värdena högst 1000 och lägst 0,001.

Alla datorer är instängda i sin räkneförmåga av ett T -värde. Ingen dator, hur super den än är, klarar att passera gränsen $T = goox$. Ett heltal med goox stycken signifikanta siffror känns som oändligt men är ändligt.

Del 3. Reella tal i korthet

Decimalvarianten

Θ representerar det oändligt lilla intervallet $(0, 10^{-T})$.

Ett godtyckligt reellt tal R innehåller upp till tre separata delar – en heltalsdel n , en äkta decimaltalsdel d (äkta är, när heltalsdelen är 0: 0,ddd...) och en äkta irrationell del som är Θ .

$R = n + d + \Theta$ med villkoret $d > 0$.

Heltal: $R = n$
Exempel: 38

Rationellt tal: $R = n + d$
Exempel: $(n + d:)$ 4,0021 eller
 $(0 + d:)$ 0,336 (ett äkta decimaltal)

Irrationellt tal: $R = n + d + \Theta$
Exempel: $(n + d + \Theta:)$ 4,012776... Θ eller
 $(0 + d + \Theta:)$ 0,89458... Θ eller
 $(n + 0 + \Theta:)$ 17,00... Θ eller
 $(0 + 0 + \Theta:)$ 0,000... Θ (det äkta irrationella talet)

- Om Θ ingår i R , är talet irrationellt, annars är det rationellt (heltal eller decimaltal).
- Den irrationella delen är alltid värdemässigt $< 10^{-T}$.
- *Ett* irrationellt tal är samlingsbegreppet för *alla* de tal som har *ett gemensamt rationellt värde*, till vilket svansen/intervallet Θ adderas. Θ innebär ett tillskott av en oändlig mängd olika, ej identifierbara värden.

Bråkvarianten (rationellt tal)

a och b är naturliga tal. Alla rationella tal kan skrivas som ett bråk a/b . Jag separerar bråket till en heltalsdel och en äkta bråkdelen (som svarar mot en äkta decimaltalsdel).

Låt a och b vara relativt prima (inga gemensamma faktorer > 1).

$a = bxh + r$ ger $a/b = (bxh + r)/b = h + r/b$. h är ett heltalsvärde eller 0 och r/b den eventuella resten.

Exempel:

$28/4 = 7/3$ som ger $2 + 1/3$.
 $27/63 = 3/7$ som ger $0 + 3/7$.
 $24/6 = 4/1$ som ger 4.
 $6/24 = 1/4$ som ger $1/4$.

Det är uppenbart, att ett rationellt tal är både unikt och utpekbart, då det är en kombination av två unika, naturliga tal samtidigt som normal matematik gäller.

Del 4. Tankegrodor

Diagonalbeviset

Fall 1

Jag inleder med den ändliga mängden naturliga tal $\{1, 2, 3, 4, \dots, 999\}$ och skriver dem i godtycklig ordning (som passar mig), vart och ett av dem vertikalt (exempelvis 770, 238, 96, 4, 901, 17, ...).
0-uppfyllning gäller, så alla tal har samma "höjd".

```
7 2 0 0 9 0
7 3 9 0 0 1
0 8 6 4 1 7 ... resten.
```

Jag skapar ett nytt tal genom att steg för steg ändra siffran i tal n /rad n . Exempelvis (ändringen i fetstil):

```
0 2 5 0 9 0
7 2 9 0 0 1
0 8 1 ... 4 1 7 ... resten.
```

Det nya diagonaltalet är 021, alltså det naturliga talet 21. Det saknas i diagonaldelen men återfinns i restdelen som 021.

Fall 2

Nu väljer jag att hypotetiskt ställa upp "alla" naturliga tal med samma mall som ovan. För att diagonaltalet skall hamna utanför resten-uppställningen krävs, att talet inte är naturligt, trots att det är konstruerat som ett sådant. Man drar slutsatsen, att motsägelsen bevisar, att det tillhör en annan typ av tal. Men...

I fall 1 är mängden ändlig, varför normal matematik gäller.

I fall 2 är mängden ändlös, varför normal matematik gäller.

Om jag i fall 2 påstår, att onormal matematik gäller, försvinner all hantering av enskilda tal. I onormal matematik räknar man på intervall-nivå, det vill säga intervallets storlek, inte dess innehåll, och då är diagonalbeviset meningslöst.

Formeln 2^n genererar oändligt många olika stora oändligheter

Hur många delmängder, inklusive hela mängden och den tomma mängden, finns det i en mängd som innehåller n unika element? Svaret är 2^n stycken. Mängden $\{14, 234, 3, 99, 17\}$ ($n = 5$) resulterar i 32 delmängder och $2^5 = 32$. Självklart gäller olikheten $n < 2^n$ (här: $5 < 32$). Normal matematik!

En oändlig mängd saknar *antalet* unika element. Trots det ersätter man n i formeln med ett onormalt tal, ett så kallat kardinaltal som istället representerar storleksordningen hos en oändlig mängd M_1 samt drar slutsatsen, att man har fått fram en oändlighet M_2 som är större än M_1 ($M_1 < 2^{M_1} = M_2$. Jämför med ändliga $n < 2^n$). Genom upprepningar kan man sedan få fram ändlöst många, inbördes olika stora oändligheter. Är detta seriöst eller trams?

Parningsbeviset (bijektion)

För att se, om två mängder är lika stora, använder man parningsmetoden (nej, inte den biologiska utan den jämförande).

I den normala matematiken kan man jämföra två mängder och om de har lika många element, så är de lika stora. Mängderna $\{3, 8, 27\}$ och $\{\text{Hus, Dörr, Knut}\}$ är lika stora med 3 element var.

$$\begin{array}{ccc} \{ 3, & 8, & 27 \} \\ | & | & | \\ \{ \text{Hus,} & \text{Dörr,} & \text{Knut} \} \end{array}$$

Säg nu, att vi parar mängden $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ med sin delmängd jämna tal $\{2,4,6\}$.

$$\begin{array}{l} \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} \\ \{ 2, 4, 6 \} \end{array}$$

Det är uppenbart, att de båda mängderna är olika stora. De 3 jämna talen är ungefär hälften så många som alla 7.

Detta är normal matematik och den gäller för *alla* naturliga tal n i mängden $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$.

Nu går jag över till den ändlösa mängden av alla naturliga tal nn och jämför den med mängden alla jämna naturliga tal nnj .

$$\begin{array}{l} nn = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\} \\ nnj = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\} \end{array}$$

Lika många! säger den onormala matematiken, men stuva om nn och få följande.

$$\begin{array}{l} nn = \{\dots, 9, 7, 5, 3, 1\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \\ nnj = \{\dots, 4, 2, 6, 8, 10, \dots\} \cup \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \end{array}$$

Alla udda tal står utan partner.

Den normala matematiken säger Olika stora! Den onormala säger Lika stora! Det senare beror på, att man bortser från, att element-element-parning inte är möjlig i oändlighetsfallet. Att jämföra enskilda element hör bara hemma i den normala matematiken.

Intervall ($0, 10^{-T}$)

Θ representerar intervallet $(0, 10^{-T})$, n = naturligt tal och d = äkta decimaltal.

$$\pi - \pi \neq 0$$

π kan skrivas $n + d + \Theta$ med givna värden på n och d i ändlighetsintervallet.

$\pi - \pi = (n + d + \Theta) - (n + d + \Theta) = 0 + \Theta - \Theta = \Theta$ (på grund av onormal matematik).

Alltså: $\pi - \pi = \Theta \neq 0$. Om T ej används, saknas intervallet Θ . Då är $\pi - \pi = 0$.

Del 5. Från punkt till oändlighetsgeometri

Punkt

En (geometrisk) punkt saknar dimensioner. Tvåhundra-sju punkter som ligger intill varandra i en rad har längden $207 \times 0 = 0$. De är därmed en och samma punkt. Detta gäller för alla punkter som ligger i kontakt med varandra, direkt eller indirekt. Resultatet är en enda punkt.

Linje/kurva

En linje kan enligt ovan inte byggas upp av enbart punkter. En linje kan inte heller splittras upp i delar, genom att en eller många punkter plockas bort från linjen. Den är exakt lika lång och sammanhängande efter bortplockningen.

Punkten är inte en del av linjen, utan endast en positionsmarkering på den. Tar jag bort positionspekaren, förändras inte linjen.

Hur kort är den kortaste linjen? Okänt, men inte 0, för då är linjen inte en linje utan en punkt.

Yta, volym, ...

Analogt med punkt/linje ovan kan en yta aldrig vara uppbyggd av linjer som ligger intill varandra, eftersom dessa saknar en andra dimension (bredd). På en yta kan linjer/kurvor/punkter endast vara positionsmarkörer. Ytor kan inte staplas till volymer *och så vidare*.

Fel!

En amerikansk matematikprofessor skriver i en lärobok (Set Theory) följande.

1. *In geometry ... since lines and curves are themselves sets of points.*

2. *In plane geometry, the universal set consists of all the points in the plane.*

I båda fallen är alla punkterna enligt **Punkt**-avsnittet ovan en enda, eftersom de ligger i "kontakt" med varandra, varför universalmängden reduceras till 1 punkt. Resultatet blir, att plangeometri inte existerar.

Men

Välj ett lämpligt T-värde och definiera punkten som ett objekt med det låsta måttet 10^{-T} (aldrig mer eller mindre) i alla relevanta dimensioner. Då kan geometriska objekt vara uppbyggda av punkter. Samtidigt består plangeometrins universalmängd av alla punkter i planet. Det tror jag, professorn skulle gilla.

Vi får en teoretisk och en praktisk punkt att välja mellan. Den teoretiska punkten saknar (dimensions)värden och är då liksom nollan (0) enbart en positionsmarkör.

Del 6. Ett sorgligt slut

När vi arbetar praktiskt med reella tal, handlar det utan undantag om ändliga, rationella tal. Resten är inte åtkomliga annat än i teorin/fantasin.

Varför krångla till det i onödan? Om T-värdet behövs, använd det då för att till exempel kunna skapa massor av olika stora och/eller små oändligheter. Om inte, räkna rationellt!



*Jag vill ha tillbaka mina gamla oändliga tal!
De pyttesmå är så gulliga!*